Do tego, żeby funkcja $f\colon V \to \mathbb{R}$ określona na produkcie kartezjańskim V trzech przestrzeni metrycznych X, Y, Z była ciągła, nie wystarczy:

- żeby względem dwóch pierwszych współrzędnych była lipschitzowska,
- żeby była ciągła na domkniętym podzbiorze A dziedziny oraz na otwartym podzbiorze B dziedziny, takich że $A \cup B = V$, nawet jeżeli dla każdego punktu brzegowego $(x_0, y_0, z_0) \in \partial A$ zachodzi

  $$\lim_{z \to z_0} f_{|B}(x_0, y_0, z) = f(x_0, y_0, z_0)$$

  (gdybyśmy do granicy przechodzili względem trzech współrzędnych jednocześnie, byłoby ok).

Zamiast wymyślać takie i podobne argumenty, wystarczy, że przypomną sobie Państwo pierwsze zadanie domowe. Proste, a pozwala uniknąć wielu niepotrzebnych problemów.

Przy okazji zwracam uwagę, że charakteryzacja zwartości poprzez domkniętość i ograniczoność jest bardzo specyficzną cechą przestrzeni euklidesowych. Już dla metryki $d(x, y) = \min(1, d_e(x, y))$ (równoważnej metryce euklidesowej d_e) ta charakteryzacja nie obowiązuje.