Rozwiązanie zadania 15. Niech d oznacza zanurzenie odcinka w kwadrat $\{0\} \times [-1,1] \subseteq [-1,1]^2$ (patrz rys. na str. 50 skryptu). Przy przejściu do ilorazu $\pi\colon [-1,1]^2 \to Q$ (płaszczyzny rzutowej lub wstęgi Möbiusa), utożsamieniu ulegają punkty $(-1,0)$ oraz $(1,0)$, dostajemy zatem odwzorowanie ω z $S^1 \simeq [-1,1]/\{(-1,0),(1,0)\}$. Ponieważ nie ma innych utożsamień, więc faktycznie jest to krzywa Jordana (III § 2, tw. 2, cz. b).

Zauważmy, że $\pi^{-1}(Q \setminus \mathrm{im}(\omega))$ ma dwie składowe spójności (obrazek). Ponieważ jednak obrazy tych składowych przez π przecinają się, natychmiast dostajemy spójność $Q \setminus \mathrm{im}(\omega)$.

Dodatkowe ćwiczenie: wskazać taką ω, że $\pi^{-1}(Q \setminus \mathrm{im}(\omega))$ jest spójne. $\square$

P.S. W rozwiązaniach zadania 13. niektórych z Panów pojawia się funkcja „arg". Naturalną przeciwdziedziną takiej funkcji jest $S^1 \subseteq \mathbb{C}$. Jeśli chcą Państwo używać funkcji arg o wartościach rzeczywistych, to należy powiedzieć, jakie warunki ma spełniać (pozbyć się niejednoznaczności wynikającej z okresowości funkcji wykładniczej) i jakoś uzasadnić jej istnienie (nie da się określić na $\mathbb{C}_*$ rzeczywistego argumentu w sposób ciągły).