

Szymon Zwara s2383558 AP zadanie domowe (ang. homework)

H13

Z H10. wynika, że $\exists \varphi \in X^*$ takie że $\varphi \neq 0$, $\|\varphi\|=1$, $\varphi|_M=0$. Z tego, że $\|\varphi\|=1$ wynika, że

$\sup_{\|x\|=1} \varphi(x) = 1$, czyli $\exists x_0$ $\|x_0\|=1$, $\varphi(x_0) \geq \alpha$, bo $\alpha < 1$. Ponadto z tego, że $\varphi|_M=0$ wynika, że

$\forall m \in M$ $\alpha \leq \varphi(x_0) = \varphi(x_0) - \varphi(m) = \varphi(x_0 - m) \leq \|\varphi\| \|x_0 - m\|_X = \|x_0 - m\|_X$, więc $\text{dist}(x_0, M) \geq \alpha$. \square

~~$\text{dist}(x_0, M) = \inf_{m \in M} \|x_0 - m\|_X$~~

OK (1/1)